

Teoría del portafolio de Markowitz: desarrollo del modelo en Python

Tadeo Soresi¹ / tadeosoresi23@outlook.com

Recibido 6/3/2024– Aceptado 5/12/2024

Resumen

Este trabajo propone una nueva aplicación de la Teoría del Portafolio Eficiente de Harry Markowitz basada en técnicas computacionales para generar un modelo que obtenga carteras de activos de una manera eficaz y eficiente. Dichas carteras estarán compuestas por acciones pertenecientes al Mercado Argentino de Valores, específicamente en el lapso 2016-2017.

Se pretende explicar en un principio esta teoría, desarrollada en hoja y papel junto a sus principales componentes estadísticos. Posteriormente se trasladará el desarrollo al lenguaje de programación Python obteniendo los datos mediante una herramienta llamada API, que serán la materia prima para los cálculos matemático-estadísticos que nos dirán cuáles activos elegir para componer la cartera, se procederá a asignar proporciones aleatorias a cada activo conformante y se desarrollará el cálculo del riesgo y rendimiento de esta.

Finalmente se iterará n veces este proceso, simulando múltiples carteras las cuales conformaran la nube de portafolios junto a la frontera eficiente. Se elegirán distintos portafolios a lo largo de la frontera y se comparará sus rendimientos frente al índice Merval en el último semestre del 2017. Adicionalmente, se hará una comparación entre portafolios eficientes y no eficientes, para demostrar el grado de validez y funcionamiento del modelo asociado.

Palabras clave: Markowitz, Frontera Eficiente, Portafolio Optimo, Python, Finanzas Quant, Merval

Código JEL: C63 Técnicas Computacionales – Modelos de Simulación. G11 Elección de carteras - Decisiones de inversión.

Abstract

This work proposes a new application of Harry Markowitz's Efficient Portfolio Theory based on computational techniques to generate a model that obtains asset portfolios in an effective and efficient way. These portfolios will be composed of shares belonging to the Argentine Stock Market, specifically in the period 2016-2017.

It is intended to initially explain this theory, developed on paper along with its main statistical components. Subsequently, the development will be transferred to the Python programming language, obtaining the data through a tool called API, which will be the raw material for the statistical-mathematical calculations that will tell us which assets to choose to compose the model. Random proportions will be assigned to each component asset, and the risk and return calculation of said portfolio will be developed.

¹ Licenciado en Administración, Facultad de Economía y Administración, Universidad Nacional del Comahue. Data Engineer & SSR. Python Developer en BB Media, empresa global de Data Science especializada en medios y entretenimiento.

Finally, this process will be iterated n times, simulating multiple portfolios which will make up the portfolio cloud along with the efficient frontier. Different portfolios will be chosen along the border and their returns will be compared against the Merval index in the last semester of 2017. Additionally, a comparison will be made between efficient and non-efficient portfolios, to demonstrate the degree of validity and functioning of the associated model.

Keywords: Markowitz, Efficient Frontier, Optimal Portfolio, Python, Quant Finance, Merval

JEL Classification: C63 Computational Techniques – Simulation Modeling. G11 Portfolio Choice – Investment Decisions.

1. Introducción

La Teoría de la Cartera de Markowitz (Markowitz, 1968), ampliamente reconocida en el mundo financiero, sentó las bases para la óptima administración del riesgo-beneficio de una cartera de activos, proponiendo al inversor dos reglas básicas:

- diversificar, es decir, componer nuestro portafolio de dos o más activos;
- invertir en aquellos portafolios que para un nivel de rentabilidad deseado minimicen el riesgo, o viceversa, para un nivel de riesgo asumido maximicen la rentabilidad.

A partir de esta regla, Harry Markowitz desarrolló un extenso análisis cuantitativo para detectar aquellas acciones² cuyas rentabilidades y riesgos sean los adecuados. Esto plantea el primer problema de la teoría a resolver:

1. ¿Cómo obtener cotizaciones históricas de todas las acciones de un mercado en un lapso determinado, para calcular sus rentabilidades y riesgos individuales, de una manera eficiente?

Además, estas acciones deben fluctuar en direcciones contrarias unas con otras (covarianza nula o negativa), lo que Markowitz llama “diversificación inteligente”. Dicha diversificación inteligente lograría aminorar el riesgo total del portafolio a diferencia de si se eligieran activos aleatoriamente. Esto plantea el segundo problema a resolver:

2. Para lograr esta diversificación deben calcularse todas las covarianzas de cada par de acciones pertenecientes a un índice, lo que resultaría en una “matriz de covarianzas”. Para un índice compuesto por 10 acciones necesitaríamos calcular 45 covarianzas ($\sum_{x=1}^{10} x - 1$). Claramente el análisis y cálculo crece exponencialmente a medida que el índice se compone de mayores activos.

Una vez analizadas las covarianzas y elegidos aquellos activos para nuestro portafolio, se debe calcular el rendimiento y riesgo de dicha cartera, asignando una proporción aleatoria para cada activo conformante, aquí radica el tercer problema de la teoría:

3. Dependiendo el número de activos que conformen nuestra cartera, tendremos n proporciones dentro de ella e infinitas combinaciones de estas. Por ejemplo, para una cartera compuesta por 4 acciones, podríamos asignar un 25% de capital a cada una, o un 50% a la acción A, 20% a la B, 20% a la C y 10% a la D, y así sucesivamente. Deberían simularse n pruebas con distintas combinaciones de proporciones para poder tener una amplia muestra de portafolios a analizar.

Como se puede apreciar, el desarrollo, cálculo y simulación de esta teoría crece exponencialmente a medida que tratamos con mayor cantidad de activos, lo cual la hace casi imposible de llevar a cabo por el humano. Aquí radica la motivación de integrar métodos automatizados con el fin de aportar una nueva modalidad de aplicación que sea de utilidad a todo agente financiero, o viceversa, a todo programador que requiera una óptima administración de su capital.

2. Marco teórico

Primero que todo, se procederá a definir qué es una acción, principal activo del modelo. Una acción es la representación mínima del capital social de una sociedad cuya forma jurídica es la

² A fines de simplificar el presente artículo solo se tratará con este instrumento financiero.

de sociedad comercial por acciones, el socio realiza aportes de capital. los cuales se ven representados en este instrumento y al mismo tiempo, es este instrumento el que confiere la calidad de socio.

El inversor de acciones espera que se den dos sucesos: ganancias de capital y dividendos en efectivo. La primer fuente de flujos de fondos sucede por la diferencia entre el precio de compra y venta de la acción, la segunda, cuando la sociedad decide distribuir ganancias entre sus socios lo cual se percibe como un dividendo.

Markowitz enfocó su modelo con base en este tipo de activo³ proponiendo una serie de pasos para el adecuado desarrollo de un óptimo portafolio:

Análisis de los activos de forma individual

1. Media, varianza y desvío estándar.

Análisis de los activos de forma conjunta (portafolio)

2. Covarianzas y coeficientes de correlación del conjunto de activos.
3. Cálculo de la rentabilidad del portafolio.
4. Cálculo del riesgo del portafolio.
5. Simulación y optimización de n portafolios, cálculo del riesgo y rentabilidad de cada cartera simulada.
6. Desarrollar la frontera eficiente de portafolios, elegir el portafolio que se adecue al nivel aversión al riesgo o rentabilidad deseada del inversor.

El primer punto consta en el análisis individual de cada posible acción integrante de nuestro portafolio, obviamente esto dependerá de las preferencias del inversor en cuanto al tipo de portafolio, el cual puede ser (enunciación ejemplificativa):

- Portafolio de acciones pertenecientes a cierto mercado (MERVAL, NASDAQ, S&P500, etc.)
- Portafolio de acciones pertenecientes a cierta industria (*tech*, manufactura, consumo, farmacéutica, minera, petrolera, etc.)
- Portafolio de acciones en una moneda corriente (pesos, dólares, yuanes, etc.)
- Combinación de las anteriores, más otras preferencias a gusto del inversor (acciones de compañías emergentes, acciones cuyo valor libro sea menor al de cotización, etc.)

Dependiendo el/los índice/s o industrias que se elijan, deberá realizarse un análisis o “barrido” total de las acciones pertenecientes.

El primer indicador a calcular es la media, medida de tendencia central la cual determina el valor promedio de un conjunto de datos (rentabilidad futura de la acción), el símbolo de la media para una población es μ (mu) y para una muestra es \bar{x} . Su fórmula es la siguiente:

$$\bar{x} = \frac{\sum_{i=1}^N x_i}{n}$$

Donde:

³ Si bien las acciones son el principal activo de la teoría, Markowitz también propuso la modalidad del portafolio eficiente con un activo libre de riesgo (acciones y bonos).

\bar{x} = Media aritmética

$\sum_{i=1}^n x_i$ = Sumatoria de los x_1, x_2, x_i elementos (retornos porcentuales)

n = Total de retornos presentes

Una vez que se obtuvo la media de un activo, por inercia debemos obtener los otros dos componentes los cuales son la varianza y el desvío estándar. La varianza forma parte de las medidas de dispersión que acompañan a las de tendencia central, esta nos indica el grado en que las mediciones se dispersan o alejan de la media. Por lo tanto, si tenemos un activo con sus correspondientes retornos y su media, la varianza nos indica la variación de esos retornos con respecto a su media, la variabilidad de estos retornos es lo que se conoce como volatilidad (riesgo financiero).

La fórmula de la varianza es la siguiente:

$$\sigma^2 = \frac{\sum_1^n (x_i - \bar{x})^2}{n}$$

Donde:

σ^2 = Varianza

$\sum_1^n (x_i - \bar{x})^2$ = Sumatoria del cuadrado de cada retorno menos la media del conjunto de datos

n = Total de retornos presentes

Nótese que es una medida en unidades al cuadrado, en consecuencia, es algo complejo explicar el riesgo de un activo con este indicador, este defecto lo podemos eliminar calculando la volatilidad mediante un indicador llamado desvío estándar el cual no es más que la raíz de la varianza y toma la misma unidad que la variable a explicar (retornos porcentuales).

Una vez calculados estos dos indicadores en cada una de las acciones target de nuestro portafolio, lo siguiente es calcular la covarianza de cada par de ellas, para lograr unos de los pilares fundamentales del modelo, lo que Markowitz llama "diversificación inteligente". La covarianza es una medida estadística acerca de cómo dos variables aleatorias se relacionan en cuanto a los movimientos de sus valores, si estas se mueven de manera conjunta (las dos suben, las dos bajan) podemos decir que "covarían", la fórmula de la covarianza entre dos variables aleatorias es la siguiente:

$$Cov(X, Y) = \frac{\sum_1^n (x_i - \bar{x})(y_i - \bar{y})}{n}$$

Donde:

$(x_i - \bar{x})$ = Observación de x menos la media de x (primera variable)

$(y_i - \bar{y})$ = Observación de y menos la media de y (segunda variable)

Σ = Sumatoria del producto de los componentes mencionados para cada observación

n = Numero de observaciones

No obstante, hay otra forma de medir la relación entre dos variables y esta es mediante el “coeficiente de correlación lineal”, que representa la fuerza con la que se asocian dos variables aleatorias para variar conjuntamente. Este último presenta ciertas ventajas. Por un lado, la covarianza al igual que la varianza son medidas cuyo resultado es un valor al cuadrado lo cual las hace difícil de interpretar a diferencia del coeficiente de correlación. Por otro lado, la covarianza puede abarcar cualquier valor mientras que la correlación solo puede abarcar valores entre el rango -1 y +1. La fórmula de dicho coeficiente es la siguiente:

$$\rho_{xy} = \frac{\sigma_{x,y}}{\sigma_x \sigma_y}$$

Donde:

$\sigma_{x,y}$ = Covarianza de x e y

$\sigma_x \sigma_y$ = Producto del desvío estándar de x e y

El coeficiente de correlación al igual que la covarianza, también deben calcularse sobre los retornos porcentuales de las acciones. Lo ideal para el inversor es encontrar acciones cuyo coeficiente de correlación sea negativo o cercano a cero, ya que esto aminorara el riesgo del portafolio.

Ya calculadas las medias, varianzas, covarianzas sobre nuestros activos y habiendo elegido aquellas que satisfagan al inversor se procederá a calcular la rentabilidad y riesgo del portafolio. La rentabilidad de un portafolio esta predeterminada por la siguiente formula:

$$r_p = w_1 r_1 + w_2 r_2 + \dots + w_n r_n$$

Donde r_i significa el retorno esperado individual y w_i la proporción de inversión en el portafolio del i ésimo activo. Un aspecto importante es que la suma de proporciones nunca puede ser mayor a 1, es decir, distribuiremos nuestro capital total (100%) entre los activos participantes de la cartera. Entonces si tenemos tres activos A, B y C, cuyos rendimientos esperados y sus proporciones son:

Activo	Media	Proporción en la cartera
A	2%	40%
B	5%	50%
C	1.5%	10%

el rendimiento esperado del portafolio se estima de la siguiente manera:

$$r_p = (0.4 \times 2\%) + (0.5 \times 5\%) + (0.1 \times 1.5\%) = 3.45\%$$

El riesgo del portafolio es un poco más complejo, ya que incluye a las covarianzas (anteriormente calculadas) dentro de su fórmula:

$$\sigma_{portafolio(a,b)} = \sqrt{\omega_a^2 \sigma_a^2 + \omega_b^2 \sigma_b^2 + 2\omega_a \omega_b Cov(a,b)}$$

Donde:

$\sigma_{(a,b)}$ = Riesgo del portafolio (en este caso de a y b, pero puede ser de a,b,c...n)

ω_a = Proporción del activo a en el portafolio

σ_b = Varianza del activo b

$2\omega_a\omega_b\text{Cov}(a,b)$ = Doble producto de las proporciones de cada uno de los activos multiplicado por la covarianza de dicho par, en este caso y a modo ejemplificativo, la cartera estará conformada por dos activos a y b

¿Como impacta positivamente en el riesgo de un portafolio diversificar inteligentemente con activos cuyas covarianzas sean negativas o cercanas a cero?, supongamos un portafolio compuesto por tres acciones A, B y C cuyos desvíos (riesgo individual) son los siguientes:

Activo	Desvío
A	2.8%
B	2.9%
C	2.7%

Los coeficientes de correlación entre estos tres activos son:

$$\rho_{A,B} = 0.13$$

$$\rho_{A,C} = 0.15$$

$$\rho_{B,C} = 0.10$$

Por lo tanto sus covarianzas:

$$\sigma_{A,B} = 0.13(2.8 \times 2.9) = 1.05$$

$$\sigma_{A,C} = 0.15(2.8 \times 2.7) = 1.13$$

$$\sigma_{B,C} = 0.10(2.9 \times 2.7) = 0.78$$

Suponiendo que se invierte un 33.3% en cada activo, el valor del riesgo del portafolio sería el siguiente:

$$\sigma_{\text{portafolio}(A,B,C)} = \sqrt{(0.333^2 \times 2.9^2) + (0.333^2 \times 2.8^2) + (0.333^2 \times 2.7^2) + 2 \times 0.333 \times 0.333 \times 1.05 + 2 \times 0.333 \times 0.333 \times 1.13 + 2 \times 0.333 \times 0.333 \times 0.78}$$

$$\sigma_{\text{portafolio}(A,B,C)} = \sqrt{0.93 + 0.86 + 0.80 + 0.23 + 0.25 + 0.17}$$

$$\sigma_{\text{portafolio}(A,B,C)} = \sqrt{3.24} = 1.8\%$$

El riesgo del portafolio conformado por un 33.3% de cada activo arroja un 1.8%, los desvíos individuales de A, B y C son 2.9%, 2.8% y 2.7% respectivamente. Aquí, la diversificación inteligente surte efecto ya que se logró un portafolio con un riesgo menor al mínimo desvío individual de los activos que componen dicho portafolio (2.7% activo C). Esto fue producto de la elección de

coeficientes cercanos a cero, ni siquiera negativos, por lo tanto, el lector puede imaginarse en cuanto podría aminorarse el riesgo si se consiguiesen activos con correlaciones negativas⁴.

¿Qué sucede si no es posible encontrar activos con covarianzas negativas o cercanas a cero? Probablemente el riesgo del portafolio sea mayor al menor riesgo individual de los activos conformantes, por lo tanto, para el inversor será más conveniente invertir el 100% de su capital en ese activo con menor riesgo (no hay lugar a la diversificación inteligente).

El siguiente punto tiene que ver con las proporciones. Hasta ahora, se han asignado manualmente a cada activo, pero esto ¿es lo ideal? La teoría demuestra que deben hacerse múltiples simulaciones con múltiples combinaciones de proporciones aleatorias dentro del portafolio, cuyas sumas no sean mayor a 1 (100% del capital). Lo recomendable es simular entre un número mayor a 5000 portafolios lo cual nos daría la siguiente nube junto a su “Frontera Eficiente de Portafolios”.

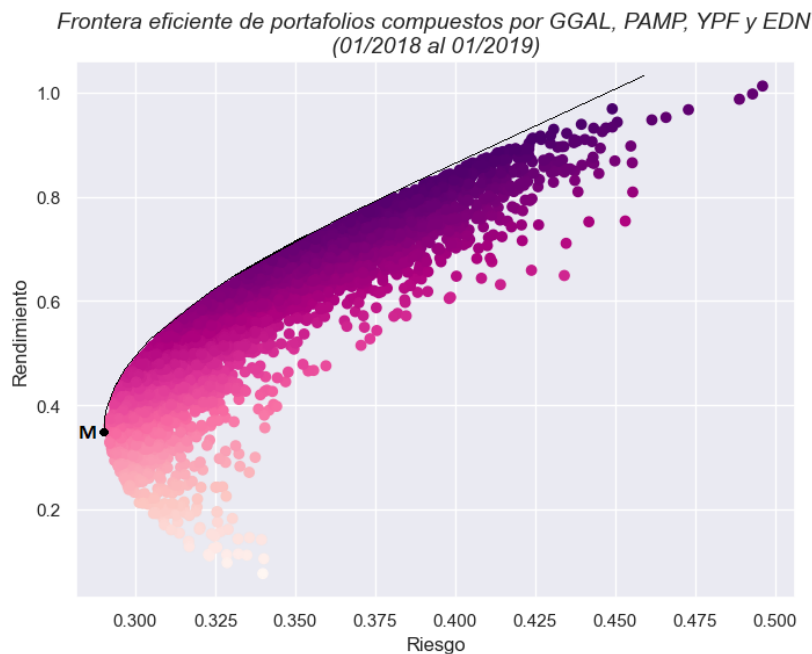


Figura 1. Nube de portafolios compuestos por las acciones GGAL, YPF, PAMP y EDN.

Por definición la frontera eficiente es el conjunto de carteras que cumplen con el criterio de diversificación eficiente según Markowitz, es decir, aquellas carteras que para una rentabilidad dada ofrecen el mínimo riesgo o para un riesgo dado ofrecen la máxima rentabilidad. Esta comienza en el punto M, todos los portafolios sobre la curva, pero debajo de dicho punto son portafolios ineficientes, desde dicho punto hacia arriba (a lo largo de la curva) no existe ningún portafolio que debamos desechar ya que todos poseen distinto riesgo pero también distinta rentabilidad por lo cual no hay preferencia de unos sobre otros, el inversor decidirá de acuerdo a su aversión al riesgo y la rentabilidad que desee obtener.

⁴ En la vida real es muy difícil encontrar activos cuyo coeficiente de correlación sea negativo, más aún -1 (esto sería la panacea para cualquier administrador de portafolios).

3. Metodología

En el desarrollo del modelo se obtuvieron cotizaciones históricas, ajustadas por dividendos y *splits*⁵ de todas las acciones correspondientes al Panel Líder del Mercado Argentino de Valores, correspondientes a las fechas 2016-06-01 hasta 2017-06-01.

La herramienta empleada en Python para obtener dichas cotizaciones fue la API (*Application Programming Interface*) que ofrece el conocido bróker argentino Invertir Online. Una API es una pieza de código, es decir, un *script*⁶ programado por un conjunto de desarrolladores que permite conectar sistemas para el intercambio de mensajes y datos entre ellos. La API de IOL ofrece una amplia variedad de datos, desde cotizaciones históricas o en tiempo real sobre la totalidad de instrumentos financieros en Argentina y EE.UU, consultar estado de nuestra cuenta comitente e incluso enviar órdenes de compra, venta, suscripción o rescate de cuota partes.

Los datos históricos se obtuvieron desde el *endpoint*⁷ con la librería *requests* de Python, la cual nos devolvió las cotizaciones pertenecientes a cada acción en el lapso de tiempo predefinido. Una vez unificados estos datos se logró la siguiente tabla en *pandas*, librería de Python para el análisis de datos:

	precio_ALUA	precio_BBAR	precio_BYMA	precio_CEPU	precio_COME	precio_CRES	precio_CVH	precio_EDN	precio_GGAL	precio_MIRG
0	7.387539	85.115655	0.0	11.134189	2.532110	17.553364	0.0	10.35	39.136090	461.449067
1	7.387539	87.555714	0.0	11.117225	2.522936	17.791220	0.0	10.30	39.883913	455.147557
2	7.444366	86.503124	0.0	11.077664	2.541284	17.743652	0.0	10.85	39.784204	441.271012
3	7.387539	87.507860	0.0	11.077664	2.522936	17.600941	0.0	10.75	40.382462	403.891979
4	7.533666	90.617777	0.0	11.416775	2.623853	18.219353	0.0	10.95	41.180141	410.821984
...
242	9.076191	99.243757	189.5	21.811637	3.275229	31.593218	0.0	26.05	71.600000	330.915780
243	9.284360	106.541097	177.1	22.850288	3.201835	31.209689	0.0	27.50	71.750000	325.082249
244	9.492530	105.081649	159.4	22.755862	3.119266	31.545277	0.0	26.10	71.900000	325.780278
245	9.659065	105.081649	167.2	23.133557	3.174312	31.305571	0.0	25.90	71.950000	344.527353
246	9.617431	108.146579	158.0	23.227984	3.110092	30.922042	0.0	25.80	73.400000	345.125664

247 rows x 18 columns

Figura 2. DataFrame de cotizaciones históricas.

https://api.invertironline.com/api/v2/bCBA/Titulos/simbolo/Cotizacion/seriehistorica/2016-06-01/2017-06-01/ajustada?api_key=token

Luego de analizar y limpiar dicha tabla, se procedió a calcular los retornos porcentuales con la función *pct_change()* de *pandas*. Realizar este paso es fundamental ya que sobre los retornos deben calcularse la mayoría de los indicadores estadísticos propuestos por Markowitz. La tabla generada fue la siguiente:

⁵ Ajuste matemático sobre el precio de una acción que sucede cuando la sociedad decide aumentar la cantidad de estas en circulación sin que aumente el capital social. Esto implica que el valor nominal unitario, y, por lo tanto, la cotización en el mercado bursátil se modifique en la proporción establecida.

⁶ Pieza de código ejecutable.

⁷ URL's de una API que responden a una petición, es un punto de comunicación entre el usuario y la API mediante el cual puede solicitar datos.

	%ALUA	%BBAR	%CEPU	%COME	%CRES	%EDN	%GGAL	%MIRG	%PAMP	%SUPV
0	NaN	NaN	NaN	NaN	NaN	NaN	NaN	NaN	NaN	NaN
1	0.000000	2.866758	-0.152354	-0.362319	1.355041	-0.483092	1.910828	-1.365592	-0.766284	0.313955
2	0.769231	-1.202195	-0.355859	0.727273	-0.267363	5.339806	-0.250000	-3.048801	1.930502	2.660419
3	-0.763359	1.161503	0.000000	-0.722022	-0.804294	-0.921659	1.503759	-8.470766	2.272727	-0.914646
4	1.978022	3.553871	3.061212	4.000000	3.513517	1.860465	1.975309	1.715807	4.814815	2.153853
...
242	2.347418	5.371887	3.124984	0.280899	-1.051051	4.200000	4.754938	1.903885	5.025773	5.769231
243	2.293578	7.352946	4.761913	-2.240896	-1.213961	5.566219	0.209497	-1.762845	1.226994	1.818182
244	2.242153	-1.369845	-0.413239	-2.578796	1.075269	-5.090909	0.209059	0.214724	-1.454545	0.000000
245	1.754386	0.000000	1.659774	1.764706	-0.759878	-0.766284	0.069541	5.754515	0.000000	5.714286
246	-0.431034	2.916713	0.408179	-2.023122	-1.225115	-0.386100	2.015288	0.173661	2.706027	-6.587838

247 rows x 15 columns

Figura 3. DataFrame de retornos porcentuales históricos.

A partir de estos datos deben calcularse los siguientes indicadores:

- media individual
- varianza individual
- matriz de covarianzas
- matriz de correlaciones.

La media y varianza individual se calcularon fácilmente con la función *describe()* de *pandas*, la cual nos creó la siguiente tabla con estadísticas sobre cada columna:

	%ALUA	%BBAR	%CEPU	%COME	%CRES	%EDN	%GGAL	%MIRG
count	246.000000	246.000000	246.000000	246.000000	246.000000	246.000000	246.000000	246.000000
mean	0.124464	0.114700	0.317377	0.103859	0.252440	0.398665	0.270597	-0.076414
std	1.863738	1.871845	1.913153	2.022989	2.107888	2.326672	1.719070	2.901637
min	-3.960396	-4.288547	-5.259906	-4.794520	-7.000017	-5.529954	-4.290429	-9.724963
25%	-1.038982	-1.051825	-1.000283	-0.981211	-1.032249	-1.250065	-0.828047	-1.821781
50%	0.000000	0.000000	0.100412	0.000000	0.000000	0.250941	0.187724	-0.357195
75%	1.073844	1.103358	1.433298	0.977199	1.364300	1.713700	1.223264	1.518458
max	7.000000	7.352946	9.150279	8.024691	6.914904	9.534368	6.258322	12.781956

Figura 4. DataFrame de estadísticas sobre cada acción.

De esta tabla solo se extrajo las filas *mean* (media) y *std* (desvío estándar) que son las que verdaderamente interesan al modelo. De aquí en adelante el inversor debería analizar los valores y establecer un umbral para la selección de los activos, en nuestro caso se seleccionaron acciones cuyos valores sean:

- media > 0.1
- desvío estándar <= ocho veces media.

Las acciones que satisficieron dichos valores fueron CEPU (Central Puerto), EDN (Edenor), GGAL (Banco Galicia), PAMP (Pampa Energía), TECO2 (Telecom Argentina), TGNO4 (Transportadora Gas del Norte), TGSU2 (Transportadora Gas del Sur), TRAN (Transener) y TXAR (Ternium). A partir de los retornos de estas acciones deben desarrollarse las matrices de covarianzas y

correlaciones, en *pandas* esto se realiza con las funciones *cov()* y *corr()* las cuales generan las siguientes tablas:

	%CEPU	%EDN	%GGAL	%PAMP	%TECO2	%TGNO4	%TGSU2	%TRAN	%TXAR
%CEPU	3.660153	0.857293	0.769620	0.995231	0.715649	1.953587	1.299581	1.321470	1.350351
%EDN	0.857293	5.413405	0.905408	2.196139	0.998634	1.237152	1.305566	2.377830	1.612714
%GGAL	0.769620	0.905408	2.955203	1.524995	1.297289	0.866795	1.113857	1.153655	1.083155
%PAMP	0.995231	2.196139	1.524995	4.142340	1.091068	1.625466	1.426899	2.293149	1.338251
%TECO2	0.715649	0.998634	1.297289	1.091068	2.923723	0.613873	0.702389	0.485000	0.480040
%TGNO4	1.953587	1.237152	0.866795	1.625466	0.613873	6.165631	1.905625	2.277234	1.540410
%TGSU2	1.299581	1.305566	1.113857	1.426899	0.702389	1.905625	4.487510	1.769379	1.430737
%TRAN	1.321470	2.377830	1.153655	2.293149	0.485000	2.277234	1.769379	6.096364	1.637379
%TXAR	1.350351	1.612714	1.083155	1.338251	0.480040	1.540410	1.430737	1.637379	3.824027

Figura 5. Matriz de covarianzas.

	%CEPU	%EDN	%GGAL	%PAMP	%TECO2	%TGNO4	%TGSU2	%TRAN	%TXAR
%CEPU	1.000000	0.192595	0.234009	0.255594	0.218767	0.411239	0.320665	0.279751	0.360941
%EDN	0.192595	1.000000	0.226368	0.463769	0.251017	0.214141	0.264887	0.413914	0.354455
%GGAL	0.234009	0.226368	1.000000	0.435865	0.441342	0.203065	0.305867	0.271798	0.322208
%PAMP	0.255594	0.463769	0.435865	1.000000	0.313517	0.321637	0.330954	0.456325	0.336244
%TECO2	0.218767	0.251017	0.441342	0.313517	1.000000	0.144585	0.193913	0.114878	0.143565
%TGNO4	0.411239	0.214141	0.203065	0.321637	0.144585	1.000000	0.362281	0.371436	0.317239
%TGSU2	0.320665	0.264887	0.305867	0.330954	0.193913	0.362281	1.000000	0.338285	0.345380
%TRAN	0.279751	0.413914	0.271798	0.456325	0.114878	0.371436	0.338285	1.000000	0.339120
%TXAR	0.360941	0.354455	0.322208	0.336244	0.143565	0.317239	0.345380	0.339120	1.000000

Figura 6. Matriz de correlaciones.

Basándose en estas matrices (preferiblemente de correlaciones por su fácil comprensión), el inversor deberá establecer su umbral máximo de correlación entre activo y activo, en nuestro caso se seleccionó aquellos pares de acciones cuya correlación sea menor o igual a 0.15, aplicando este filtro se obtuvo una matriz de menor tamaño:

	%TECO2	%TGNO4	%TRAN	%TXAR
%TECO2	NaN	0.144585	0.114878	0.143565
%TGNO4	0.144585	NaN	NaN	NaN
%TRAN	0.114878	NaN	NaN	NaN
%TXAR	0.143565	NaN	NaN	NaN

Figura 7. Matriz de correlaciones filtrada.

Las acciones que contienen al menos una correlación ≤ 0.15 son TECO2, TGNO4, TRAN y TXAR, posteriormente se filtró la matriz de covarianzas con estas acciones (recordemos que la fórmula de riesgo del portafolio toma covarianzas), obteniendo la matriz final:

	%TECO2	%TGNO4	%TRAN	%TXAR
%TECO2	2.923723	0.613873	0.485000	0.480040
%TGNO4	0.613873	6.165631	2.277234	1.540410
%TRAN	0.485000	2.277234	6.096364	1.637379
%TXAR	0.480040	1.540410	1.637379	3.824027

Figura 8. Matriz definitiva de covarianzas.

Con esta matriz más la tabla de estadísticas generada anteriormente ya es posible agrupar estas cuatro acciones, asignar proporciones aleatorias a cada una y calcular las fórmulas de riesgo y rendimiento del portafolio. Este proceso empírico debe ser simulado en un número de 20000 iteraciones aprovechando las ventajas de la computación, algunos detalles que se tuvo en cuenta:

- la asignación aleatoria de proporciones se realizó con la librería *random* de Python, específicamente con la función *uniform(0.01, 100)* para que tome valores aleatorios entre estos dos rangos;
- la suma de estas proporciones debe ser igual a 1;
- la generación de *n* portafolios se realizó con un bucle *for* acompañado de un *range(1, n)* para definir la cantidad de simulaciones;
- cada desvío estándar debió elevarse al cuadrado para obtener la varianza, ya que la fórmula de riesgo toma este valor;
- cada portafolio simulado junto a sus datos (proporciones, riesgo y rentabilidad) fue almacenado como diccionario en una lista, luego se convirtió dicha lista a un *DataFrame* de *pandas*.

El *DataFrame* generado con la información de cada portafolio simulado fue el siguiente:

numero_portafolio	proporcion_teco	proporcion_tgno	proporcion_tran	proporcion_txar	rentabilidad	riesgo
0	1	0.202	0.466	0.286	0.555021	1.691629
1	2	0.171	0.440	0.112	0.477146	1.583353
2	3	0.124	0.109	0.436	0.463116	1.613911
3	4	0.133	0.337	0.358	0.529453	1.642950
4	5	0.315	0.227	0.026	0.350836	1.384830
5	6	0.435	0.002	0.273	0.348886	1.352824
6	7	0.023	0.236	0.159	0.411272	1.645844
7	8	0.526	0.017	0.185	0.319742	1.319698
8	9	0.254	0.215	0.322	0.461539	1.464323
9	10	0.301	0.371	0.236	0.493538	1.514288

Figura 9. *DataFrame* de portafolios simulados.

Con los datos de esta tabla, se procedió a graficar con la librería *seaborn* de Python cada portafolio resultante, resaltando los de máxima rentabilidad y mínimo riesgo:

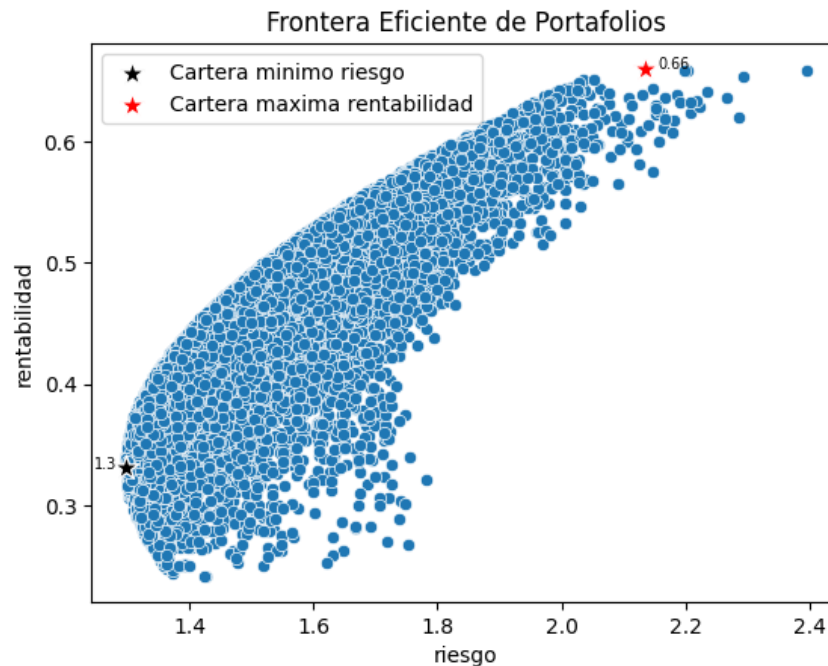


Figura 10. Nube de portafolios generada.

Nótese como el algoritmo pudo modelar la nube de portafolios de una forma similar a la desarrollada por Markowitz, a partir de esta nube, el inversor deberá elegir un portafolio sobre la frontera eficiente basándose en el nivel de aversión al riesgo o rentabilidad deseada. Para los portafolios de mínimo riesgo y máxima rentabilidad las funciones *min()* y *max()* de *pandas* (filtrando sobre el *DataFrame* de portafolios) fueron de gran ayuda, ya que permitieron encontrar aquel valor mínimo para la columna *riesgo* y aquel máximo para la columna *rentabilidad*. El mismo proceso puede aplicarse para encontrar cualquier otro portafolio eficiente sobre la frontera (siempre y cuando este dentro de los valores que muestra el gráfico).

4. Resultados

Se realizó un análisis en el cual se propuso los siguientes escenarios:

Capital a invertir: \$1000000

Periodo a mantener la inversión: 2017-06-01 al 2017-12-31

Opción 1: Portafolio de mínimo riesgo compuesto por un 50.4% de TECO (\$504000), 11.5% de TGNO4 (\$115000), 10.6% de TRAN (\$106000) y 27.4% de TXAR (\$274000)

Opción 2: Portafolio de máxima rentabilidad compuesto por un 0.7% de TECO (\$7000), 72.5% de TGNO (\$725000), 26.5% de TRAN (\$265000) y 0.2% de TXAR (\$2000)

Los portafolios de mínimo riesgo (1.3%) y máxima rentabilidad (0.66%) se evaluaron contra el índice Merval en el lapso correspondiente al último semestre de 2017 obteniendo las siguientes rentabilidades:

- portafolio de máxima rentabilidad: 104%
- portafolio de mínimo riesgo: 62.7%
- índice Merval: 33.1%

En cuanto a la frontera eficiente de portafolios, se compararon las rentabilidades y pérdidas de portafolios situados en esta frente a otros, la primera prueba consto en asumir un riesgo de 1.6% para el cual nos encontramos con un total de 346 portafolios de los cuales se eligieron dos:

- Portafolio número 18172 con 0.53% de rentabilidad (eficiente);
- portafolio número 12874 con 0.44% de rentabilidad (no eficiente).

Los rendimientos de estos en el último semestre de 2017 arrojaron una rentabilidad de 86% del portafolio eficiente frente un 68% del no eficiente, esto se debe, a la mayor asignación de proporción de capital a activos cuyas medias son mayores (TGNO, TRAN) y una menor asignación a aquellos con bajas medias (TECO, TRAN); por lo tanto, el valor de la fórmula de rentabilidad será mayor en la del portafolio eficiente, que en los demás.

La tercer y última prueba, consto en pretender una rentabilidad de 0.6%, para la cual se obtuvieron 115 portafolios de los cuales se eligieron:

- portafolio número 6612, con 1.81% de riesgo (eficiente);
- portafolio número 13883, con 1.92% de riesgo (no eficiente).

Para esto, se simuló un contexto no favorable en el último semestre de 2017, asignando rendimientos negativos a los cuatro activos conformantes del portafolio, de acuerdo a los riesgos individuales de cada uno:

- TECO: -17%
- TGNO: -26%
- TRAN: -25%
- TXAR: -21%

En este contexto, el portafolio eficiente arrojó una pérdida de 24.34% frente a 24.7% del no eficiente, esto se debe, a la menor asignación de proporción de capital a aquellos activos cuyo riesgo es mayor (TGNO, TRAN) y una mayor asignación a aquellos con menor riesgo (TECO, TRAN); por lo tanto, el valor de la fórmula de riesgo será menor en la del portafolio eficiente, que en los demás.

Por último, se analizó el riesgo y rentabilidad de cada portafolio eficiente frente a los riesgos y rentabilidades individuales de las acciones conformantes, en el caso del portafolio de mínimo riesgo (1.3% riesgo y 0.33% de rentabilidad) la acción con menor riesgo individual fue TECO2 (1.70% riesgo y 0.23% de rentabilidad) lo cual denota una correcta diversificación inteligente. En el caso del portafolio de máxima rentabilidad (0.66%), la acción conformante con mayor rentabilidad individual fue TGNO4 (0.67%), en este caso el portafolio logro un riesgo de 2.13% frente a un riesgo individual de TGNO4 del 2.48%, por lo tanto, aquí también surtió efecto la diversificación inteligente. En conclusión, al inversor le es conveniente diversificar y no invertir el 100% de su capital en un solo activo.

5. Conclusiones

Se pudo demostrar que la Teoría de Markowitz puede ser automatizada mediante un lenguaje de programación como Python. Este proceso se vio favorecido por las bondades del lenguaje y la computación en aspectos tales como:

1. Obtención de datos financieros reales (cotizaciones históricas), vía API del *broker* Invertir Online, permitiendo elegir una fecha de inicio y final a elección del inversor (2016-2017).

2. Obtención de indicadores estadísticos de cada acción (media y desvío estándar) mediante una simple función llamada *describe()*.
3. Generación de matriz de covarianzas y correlaciones con una sola línea de código, gracias a las funciones *cov()* y *corr()*.
4. Generación de proporciones aleatorias para cada acción mediante la librería *random*.
5. Simulación n portafolios a elección del inversor gracias a la *iteración*.

Todo esto sin necesidad de un sobre esfuerzo humano.

Con respecto a los resultados del testeo de portafolios de mínimo riesgo y máxima rentabilidad, la amplia diferencia frente al índice Merval se debió a que están inteligentemente diversificados con acciones cuyas correlaciones son cercanas a cero, a diferencia del Merval donde la mayoría de las acciones que lo componen presentan grandes correlaciones unas a otras; esto produce que la mayoría, en promedio, se muevan en direcciones iguales, no pudiendo anular el regular rendimiento de una, con el óptimo rendimiento de otra.

Se puede concluir que para el inversor es conveniente invertir en portafolios eficientes compuestos por acciones de un índice, antes que invertir su capital en un fondo de inversión o ETF que replique dicho índice.

En cuanto a la comparación entre el resto de los portafolios eficientes y no eficientes, se valida la necesidad de que el inversor maximice la rentabilidad dado un nivel de riesgo asumido, aplicando la Teoría de Markowitz, para obtener así, la mayor ganancia en un contexto favorable. O viceversa, que el inversor minimice el riesgo dado un nivel de rentabilidad deseada dentro de los portafolios, para obtener así, la menor pérdida, en caso de un contexto no favorable.

Las limitaciones que puede encontrar el lector al aplicar este modelo corresponden al proceso de creación de cuenta en la plataforma Invertir Online (para utilizar su servicio de API), la cual requiere de justificación de fondos. Por otro lado, es probable que el lector cuando replique el código obtenga portafolios cuyos números, proporciones, rentabilidades y riesgo son distintas a los presentados en este artículo, esto es normal, debido a que es un proceso aleatorio único que consta de múltiples simulaciones de n portafolios.

Por último, este modelo puede perfeccionarse de muchas maneras y a preferencia de cada usuario, se recomienda al inversor:

- Aplicar impuestos y comisiones de inversión a los cálculos.
- Agregar dividendos al cálculo de la rentabilidad individual de cada acción.
- Análisis técnico y fundamental (valor libro, lectura de tweets o noticias relacionadas, etc.) para cada activo.
- Vincular con el modelo CAPM (*Capital Asset Pricing Model*), particularmente con el coeficiente Beta para calcular los riesgos sistémicos de cada acción.

Esto le proporcionará mayor robustez y veracidad al algoritmo, a su vez, el modelo tendrá más factores que influirán en la decisión de agregar X activo o no al portafolio final.

Bibliografía

Bartolomeo, A. y Urbay Machín, G. (s.f.). *Optimización de cartera de acciones con Python*.
https://bdigital.uncu.edu.ar/objetos_digitales/18253/bartolomeoymachnurbay-optimizacioncarteraaccionesphyton.pdf

- Chan, E. P. (2009). *Quantitative Trading: How to build your own algohoritmik trading business*. John Wiley & Sons, Inc.
- Dueñas Ortiz., A. P. (2017). *Análisis de rentabilidad y riesgo de un portafolio de inversión, aplicando el modelo de Harry Markowitz*. Repositorio institucional de la Universidad Católica de Colombia.
- Dumrauf, G. (2013). *Finanzas Corporativas: Un Enfoque Latinoamericano*. ALFAOMEGA.
- Erpen, M. (2010). *Mercado de Capitales: Manual para no especialistas*. Grupo Editorial S.R.L.
- Instituto Argentino de Mercados de Capitales. (1998). *Análisis de Acciones*. Buenos Aires.
- Lafosse Benavides, A. G. (2007). La teoría del portafolio de Markowitz, determinación y evaluación del conjunto de carteras eficientes en la Bolsa de Valores de Lima. Periodo 1997-2005.
- López, C. (s.f.). *Mercado de capitales y gestión de cartera*.
- Markowitz, M. H. (1968). *Portfolio Selection* (1st ed.). Yale University Press.
- Olivo, S. L. (2008). *Fundamentos para la administración de carteras de acciones*. Fundación Bolsa de Comercio de Buenos Aires.
- Pisano, J. P. (2020). *Python para finanzas Quant: APIs - Conexión Mkts*. La imprenta digital.
- Santamaría Plà, D. (2000). Modelos multicriterio para la selección de portafolios en la bolsa de Madrid. Alcoy.
- Wagner, H. (1971). *The Effect of Diversification on Risk*. Financial Analysis Journal.